

della forma

$$u(\cos \theta, \sin \theta) = P_0 - P_x \cos \theta - P_a \cos^2 \theta + \dots + P_n \cos^n \theta + Q_1 \sin \theta + \dots + Q_m \sin^m \theta$$

dove $P_0 \neq 0$, perché non è altro che la parte indipendente da θ nello sviluppo medesimo. Ora questo sviluppo si può ottenere in un altro modo, cioè sostituendo immediatamente nell'espressione

$$a_0 \cos^n \theta + (rT)_1 a_1 \cos^{n-1} \theta \sin \theta + \dots + a_n \sin^n \theta$$

i noti sviluppi parziali di $\cos^n \theta$, $\sin^n \theta$ ($n = 2, 3, \dots$), formati coi seni e coseni dei multipli di θ . Basterà dunque, per avere k , trovare la parte indipendente da θ nel risultato di questa sostituzione.

Per tal uopo ricorriamo alle forinole

$$2 \cos \theta = e^{i\theta} + e^{-i\theta} \quad 2i \sin \theta = e^{i\theta} - e^{-i\theta}$$

dalle quali si trae

$$2 \cos^n \theta = (e^{i\theta} + e^{-i\theta})^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} e^{i(n-r)\theta} + e^{-i(n-r)\theta}$$

e quindi

$$\cos^n \theta = \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} \cos(n-r)\theta$$

Per ottenere la parte indipendente da θ basta tener conto di quei soli termini in cui $2p - 2q = n$, il che suppone primieramente che n sia pari, altrimenti tali termini mancherebbero. Si vede inoltre che anche r deve essere pari, senza di che la parte costante risulterebbe immaginaria, e quindi dovrebbe essere identicamente nulla. Ammesso dunque che n ed r sieno pari, ponendo $r = 2s$, e rappresentando con k_s la somma dei termini costanti nello sviluppo di $\cos^{n-2s} \theta \sin^{2s} \theta$, avremo

$$k = \sum_{s=0}^n \binom{n}{2s} \cos^{n-2s} \theta \sin^{2s} \theta$$

Bisogna però osservare che in questa forinola si è supposto n pari; se fosse

n dispari, bisognerebbe considerare soltanto i termini in cui l'indice $2s > n$ — q è compreso